(二) $p \leftrightarrow q$若且唯若命題

(1) p與q互相為充分且必要條件

(2) $p \leftrightarrow q$ 等價於 $p \to q$且$q \to p$

(3) $p \leftrightarrow q$在證明題的證明方法：

先證明$p \to q$，再證明$q \to p$

(4) $p \leftrightarrow q$的使用：

假設$p \leftrightarrow q$命題為 true

Case I： 判斷p為 True 的話，則可以保證q亦為 True

CaseII： 判斷q為 True 的話，則可以保證p亦為 True

Case III：判斷p為 False 的話，則可以保證q亦為 False

Case IV：判斷p為 False 的話，則可以保證q亦為 False

(5) p if and only if q，可以縮寫為p iff q

(6) 若是$p \leftrightarrow q$為恆真的命題，我們稱p與q為等價命題

記作：$p \Leftrightarrow q$ 或是 $p \equiv q$

考題：

(5%) Which of the following are equivalent to $p \to q$? ________

(a) $\neg p \vee q$

(b) $\neg p \to \neg q$

(c) $q \to p$

(d) $\neg q \to \neg p$

(e) $\neg q \to p$

（104 台大資工 5 分）

【解】:

考題：

If both P and Q are propositions, then $P \to Q \equiv \neg P \vee Q$, where represents the logical equivalent relation.

（107 中興資工 2 分）

【解】:

考題：

Which of the following are correct ways to verify if two compound propositions p and q are logically equivalent?

A. Show that $p \leftrightarrow q$ is a tautology.

B. Show that $p \leftrightarrow q$ is a contradiction.

C. Show that p and q contain the same truth values as each other in some rows of their truth tables.

D. Use equivalence laws to derive p from q.

E. Use equivalence laws to derive q from p.

（107 中央資工 5 分）

【解】：

考題：

Prove that if n is even , then $3n+2$ is also even.

【證明】：

考題：

Prove that if $3n+2$ is odd , then n is odd.

【證明】：

考題：

Show that if n is an integer and n^3+5 is odd , then n is even using

(a) (5%) a proof by contraposition.

(b) (5%) a proof by contradiction.

（106 中正資工 10 分）

【證明】：

定理：

p , q , r 為命題變數

以 1 代表 True ，以 0 代表 False

(1) [De Morgan's Laws]

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$
$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

(2) [Commutative Laws]

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$
$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

(3) [Associative Laws]

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$
$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

(4) [Distributive Laws]

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$
$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

(5) [Double Negation Laws]

$$\sim \sim p \Leftrightarrow p$$

(6) [Idempotent Laws]

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$
$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

(7) [Identity Laws]

$$p \vee 0 \Leftrightarrow p$$
$$p \wedge 1 \Leftrightarrow p$$

(8) [Inverse Laws]

$$p \vee \sim p \Leftrightarrow 1$$
$$p \wedge \sim p \Leftrightarrow 0$$

(9) [Domination Laws]

$$p \vee 1 \Leftrightarrow 1$$
$$p \wedge 0 \Leftrightarrow 0$$

(10) [Absorption Laws]

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$
$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

【證明】:

(1)

p q		$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0

所以$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

考題:

(T or F) $\neg(P \wedge (Q \vee R)) = \neg P \vee (\neg Q \vee \neg R)$ （106 台聯大電機 4 分）

【解】:

考題:

The statement logically equivalent to $(p \vee q) \rightarrow r$

for using only the connectives $\neg$ and $\wedge$ is $\neg(\neg[p \wedge \neg q] \wedge \neg r)$.

（106成大工科3分）

【解】:

考題：

The argument is valid.

$p \to r$

$p \vee q$

$\underline{\neg q}$

$\therefore r$

（103 清大資 2 分）

【解】:

考題：

Consider the following argument .

$\neg p \leftrightarrow q$

$q \to r$

$\underline{\neg r}$

$\therefore p$

Establish the validity of this argument .

【解】:

考題：

Show the following argument is valid.

$p \vee q$

$p \to r$

$\underline{q \to r}$

$\therefore r$

【解】: